

# KOSPI200 섹터지수를 이용한 최적성장포트폴리오(GOP) 실증분석\*

이 정 호\*\*

이 용 웅\*\*\*

본 연구에서는 최적성장포트폴리오 모형을 우리나라 KOSPI200 섹터지수에 적용하여 포트폴리오를 구성하고 운용성과를 분석하였다. 2010년 7월부터 2019년 3월까지의 수익률 자료를 사용하였으며, Markowitz가 제시한 기하평균 최대화 식을 이용하여 섹터별 투자 비중을 구하였다. 주요 결과는 다음과 같다. 첫째, 섹터별 투자 비중을 모수 추정기간(9개월)과 보유기간(2개월)로 구한 최적성장포트폴리오는 KOSPI200지수 대비 가장 높은 수익률을 나타내었다. 둘째, 기하평균 수익률을 최대화하는 최적성장포트폴리오의 수익률은 최적의 모수추정기간과 보유기간 조건 및 In-out sample테스트의 결과, Fama-French의 3요인과 시장 모멘텀 효과를 통제한 후에도 양의 유의적인 위험조정 초과 수익률을 보여주었다. 셋째, 최적의 조건하에서 공매도 비율의 증가는 추가적인 초과수익률의 증가를 제공하였으나 공매도 비율이 일정 수준 이상에서는 수익률이 오히려 감소하였으며 이 결과는 증권시장선(SML)이 레버리지 비율에 따라 선형으로 증가하지 않고 일정 수준 이상에서는 아래로 휘는 모습을 나타냄을 지지한다.

주제어: 최적성장포트폴리오(GOP), 켈리기준, 모멘텀효과, 공매도, Fama-French 3요인 모형

## 1. 서론

이 논문에서는 최적성장포트폴리오(Growth Optimal Portfolio, 이하 GOP) 모형을 국내 증권시장의 KOSPI200 섹터지수에 적용하여 최적성장포트폴리오를 구성하고 운용성과를 실증 분석하였다. 최적성장포트폴리오 모형은 장기적으로 최종 자산의 가치를 최대화하는 포트폴리오의 투자 비중을 구하는 이론이며 최종 자산가치의 최대화는 투자수익률의 기하평균을 최대화하는 포트폴리오를 구하는 과정에서 유도된다. GOP모형은 기존의 평균분산모형(Mean Variance Model, 이하 MV모형)과는 달리 투자자의 효용함수를 고려하지 않는다는 특징을 가지고 있다.

투자수익률의 기하평균을 최대화하는 최적포트폴

리오를 구하는 이론은 Kelly(1956)의 논문에서 시작되었다(김규태, 정수희(2012)). Larson(1986)에 의하면 GOP모형에 의한 투자비중의 결정은 다음과 같은 장점이 있는 것으로 알려져 있다. 첫째, 자산의 지수적 성장률을 최대로 하는 투자비중이다. 둘째, 투자기간을 무한히 연장할 때 가장 높은 자산의 성장률을 나타내므로 점근적(asymptotic)으로 가장 우월한 투자비중이다. 셋째, 주어진 기간 내에 자산의 가치를 최대로 높일 수 있는 투자비중이며, 넷째로 GOP모형은 목표한 자산의 증가를 가장 빨리 실현할 수 있는 투자비중을 제공한다. 또한 GOP모형은 효용함수를 가정하지 않고 단지 최적성장을 유도하는 투자 비중을 구하는 모형이므로 CAPM에서 가정하는 각 투자자별로 상이한 효용함수의 중요성이 줄어드는 장점이 있다.

논문접수일: 2019. 09. 06. 1차 수정본 접수일: 2019. 12. 12. 2차 수정본 접수일: 2020. 02. 05. 게재확정일: 2020. 02. 11.

\* 이 연구는 한국외국어대학교 교내학술연구비의 지원에 의하여 이루어진 것임.

\*\* 한국외국어대학교 일반대학원 국제경영학과 박사과정(kowave00@naver.com), 교신저자

\*\*\* 한국외국어대학교 일반대학원 국제경영학과 부교수(ywlee@hufs.ac.kr), 제1저자

GOP모형에 대한 해외의 실증연구로는 Hunt (2005), Le & Platen(2006) 등의 연구가 있는데, 기존의 MV모형에 대비하여 GOP모형이 수익률 면에서 우수함을 주장하고 있다. 하지만 실증연구과정에서 사용된 모수의 추정 방식에 대하여 구체적으로 언급하지는 않고 있다. GOP모형에 대한 국내 연구 자료는 많지 않고, 특히 우리나라 주식시장의 섹터지수를 대상으로 GOP모형을 이용한 전략의 효과를 분석한 연구는 발견하지 못하였다. GOP모형이 KOSPI200지수 대비 초과수익률이 달성되는지 실증분석하기 위해서는 데이터의 분석기간과 모수의 추정기간에 대한 조건, 보유기간에 대한 조건, KOSPI200을 구성하는 각 섹터의 시가총액을 고려한 투자의 제약조건, 그리고 공매도(short sale)의 제약조건에 따라 매우 많은 경우의 수가 발생한다. 본 연구는 이러한 여러 가지 제약조건 아래에서 GOP를 구성하고, GOP모형의 투자성과에 대하여 성과요인 분석을 수행하였다.

본 논문의 기존 실증연구와의 차별점 및 시사점은 다음과 같다. 첫째, 모수추정기간과 보유기간의 변화에 따른 GOP모형의 투자성과를 비교하여 분석하였으며, 우리나라 주식시장의 단기 모멘텀 효과와 중기 역모멘텀 효과를 고려한 모수추정기간과 보유기간 조건하에서 GOP모형의 수익률이 과연 KOSPI200 지수 대비 양의 유의적인 위험조정 초과 수익률을 가지는지 Fama & French(1993)의 3요인과 시장 모멘텀 효과를 통제한 후 검증하였다. 이는 단순히 GOP모형의 수익률이 시장지수나 MV모형에 대비하여 초과수익률을 나타냈다고 보고하는 기존의 연구에 대비하여 주식시장이 가지는 모멘텀 효과를 함께 고려해야 한다는 점을 시사한다는 면에서 차별점을 가진다.

둘째, GOP모형의 투자비중을 구할 때 섹터별 투자비중의 한도를 섹터별 시장비중의 2배로 통제한 후의 분석 결과와, 이렇게 구해진 비중을 다시 섹터

별 시장비중과 평균하여 구해진 투자비중으로(이하 GOP\_half) 구성한 결과를 포함하여 분석하였다는 점이다. 본 논문에 모두 나타내지는 않았지만 본 연구과정에서는 GOP모형의 비중과 시장비중과의 차이를 GOP\_half와 같이 1/2만 반영한 경우뿐만 아니라 1/3, 1/5로 섹터별 시장비중에 가깝도록 조정한 후의 결과도 분석하였는데, 본문의 GOP와 GOP\_half의 투자성과 차이와 같이 초과수익률이 GOP모형의 비중과 비례하여 감소하지 않는 결과를 나타내었다. 이는 적절한 기대 초과수익률과 시장비중과의 괴리에 대한 조정을 통해 GOP모형을 실무에 적용할 수 있음을 시사한다.

셋째로, 추가적인 제약조건하에서 공매도 비율을 계속 확대할 경우 수익률이 초기에는 증가하지만 일정 수준 이상에서는 오히려 감소함을 발견하였다. 이는 기존 CAPM모형에서 주장하는 바와 같이 증권시장선(SML)이 레버리지효과를 통해 선형으로 계속 증가하지 않을 수 있다는 점을 나타내며 실무적으로도 양의 기대수익률이 예상되는 투자에 대하여 적정 레버리지의 기준을 탐색해야 할 필요성을 제시하는 이론적 근거가 될 수 있을 것이다.

본 논문의 주요 연구결과는 다음과 같다. 첫째, 모수의 추정기간을 3개월에서 36개월까지 변동하고 보유기간을 1개월에서 3개월까지 변동하는 36가지 조합의 경우를 분석한 결과 모수추정기간이 9개월이고 보유기간이 2개월일 때 가장 높은 수익률을 보여주었다. 이 과정에서 모수 추정기간 동안 수익률이 높은 섹터일수록 보유기간 동안 수익률이 높은 모멘텀 현상이 나타나고 중기적으로는 역모멘텀 현상이 나타남을 발견하였다.

둘째, 모수추정기간이 9개월이고 보유기간이 2개월일 때 기하평균 수익률을 최대화하는 GOP는 KOSPI200수익률 대비 양의 초과 누적 수익률을 나타내었다. 본 연구에서는 KOSPI200지수를 구성하는 각 섹터별로 최저와 최고 투자 비중에 대한 제

약조건을 부여하여 분석하였고, GOP를 통해 구해진 섹터별 투자비중과 각 섹터별 시장비중의 평균값을 이용한 포트폴리오를 구성하여 투자비중의 급격한 비중의 변화를 줄이는 방법을 포함하여 분석하였다. 이와같이 GOP의 유용성을 유지하면서도 현실에 적용 가능성을 높여 분석하였으며 각 경우의 GOP는 KOSPI200지수 대비 높은 샤프비율을 나타내며 연평균 3.27%이상의 초과수익률을 달성하였다.

셋째, 모멘텀 효과가 발견되는 최적의 모수 추정 기간과 보유기간 조건 및 각 섹터의 투자 한도 조건 내에서 GOP에 의한 초과 수익률은 Fama-French의 3요인과 시장 모멘텀 효과를 통제한 후에도 양의 유의적인 위험조정 초과 수익률을 나타내었고 시장 모멘텀의 계수는 비유의적이었다. 한편, 중기적으로 역모멘텀 효과가 발견되는 모수추정기간이 18개월인 경우의 GOP 결과는 위험조정 초과수익률과 시장 모멘텀의 계수는 모두 유의하지 않음을 나타내었다. 이것은 GOP에서 나타나는 초과수익률이 기존의 시장 모멘텀 효과와는 다른 것임을 의미한다.

넷째, 단기 모멘텀 효과를 고려하여 선택된 최적의 모수추정기간과 보유기간 조건하에서 공매도 비율을 계속 확대할 경우 처음에는 수익률이 증가하다가 공매도의 허용비율을 37% 이상으로 확대하면 오히려 감소함을 발견하였다. 이는 단순한 Kelly(1956)에서와 같이 승률에 대한 기대값이 양의 값을 갖는다고 하더라도 투자비중이 최적수준을 초과하면서부터는 기대수익률이 감소하는 것과 마찬가지로, 모멘텀 효과를 고려한 최적의 모수추정기간과 보유기간을 찾았다고 하더라도 적정 공매도 허용비율이 존재한다는 것을 의미한다.

다섯째, 강건성 검증의 결과, 모수추정기간을 6개월부터 12개월로 한정된 포트폴리오가 3개월부터 18개월로 한정된 포트폴리오보다 단기 모멘텀 효과가 더 큰 것으로 나타났다. 거래비용을 차감한 후의 GOP에 의한 초과수익률은 Fama-French의 3요

인과 시장 모멘텀을 통제한 후에도 양의 유의적인 위험조정 초과 수익률을 나타내었고, 이때의 시장 모멘텀 계수는 대부분 유의적이었다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장의 문헌연구에 이어 III장에서는 연구방법에 대하여 기술하고, IV장에서는 실증분석의 과정과 관찰된 결과를 기술한다. V장에서는 실증분석 결과를 요약하고 연구결과의 기여 및 시사점을 제시한다.

## II. 문헌연구

Kelly(1956)는 불확실한 정보를 가진 도박사(gambler)가 합리적 인간의 본성에 따라 자산을 최대치수성장 할 수 있도록 하는 최적 투자비중을 설명하였다. 단순한 예를 들어 설명하자면, 만일 원판에 다트(dart)를 던져서 55%의 확률로 투자금액 만큼을 벌고(이길 확률  $p=55\%$ ), 나머지 45%의 확률로 투자금액을 모두 잃는 게임을 한다고 할 때, 이 게임에서 장기적으로 투자금액의 가치를 최대화 하려면 Kelly기준(Kelly Criterion)으로  $2 \times p - 1 = 2 \times 0.55 - 1 = 0.1$ , 즉 가진 돈의 10%만큼을 지속적으로 투자할 때 장기적으로 최적의 성과를 낼 수 있다. [부록1. Kelly 기준 참조]

Thorp(1966)는 카지노 게임에서 Kelly기준을 이용하여 게임을 한 결과 실제로 승률이 높았음을 밝혔다. 그는 블랙잭에서 처음에 공이 놓이는 위치와 원판의 회전을 고려하여 최종적으로 공이 놓일 위치를 확률적으로 계산한 후 그 확률에 따라 Kelly기준에 의한 투자비율 만큼을 지속적으로 투자한 결과 카지노의 딜러를 이길 수 있었다고 밝히고 있다. 최종적으로 공이 놓일 위치를 계산하는 과정은 블랙잭 모형을 설치하여 반복적으로 실험을 통해 나온 결과였다. 즉, 사전에 승률을 알고 있다고 가정할 때

Kelly기준을 적용하여 투자함으로써 자본의 최적성장이 나오게 됨을 확신할 수 있게 되었다.

이후에 Thorp(2011)는 확률과정(Stochastic Process)을 가지는 주식가격을 대상으로 Kelly기준에 의한 최적 투자 비중을 제시하였다. 주식  $X$ 가 평균  $m$ 과 분산  $s^2$ 을 가지는 확률변수이고, 투자비용  $f$ 를 제외한 금액은 무위험 이자율  $r$ 로 투자된다고 할 때, 초기자금의  $f$ 만큼을 투자한 후 기대되는  $n$ 시점의 가치  $V_n$ 을 최대화하기 위해서  $V_n$ 의 로그 수익률인  $g(f)$ 를 최대화 하는 과정을 통해 최적투자 비중은  $f^* = (m-r)/s^2$ 임을 제시하였다. 즉, 하나의 개별 주식을 투자할 때 그 주식 수익률이 로그정규분포 한다는 가정하에서는 주식의 초과수익률의 기대값을 분산으로 나눈 비율만큼을 투자하고 나머지는 무위험 자산에 투자하여야 한다는 것이다.

Kelly와 비슷한 시기에 Latané(1959)은 위험자산 선택에 있어서 다른 전략보다 최종적으로 부(wealth)를 최대화 할 수 있는 가능성이 가장 높은 선택의 기준은 투자안의 기하수익률을 최대화하는 것이라고 주장하였다. 특히 금융자산에 대한 투자의 경우 주식, 채권, 현금 등의 투자자산은 각각의 기대수익률과 위험의 정도가 다르고, 이자산들의 배분은 시간의 경과에 따른 반복적인 선택의 연속이며 선택의 누적적인 결과를 목표로 할 수 있고 의사결정의 주요 요인과 기준을 결정할 수 있는 특성을 가지고 있기 때문에 최종적인 목표(goals)인 부(wealth)의 최대화를 위한 하위목표(sub goals)로써 기하수익률의 최대화가 적용 가능함을 주장하였다.

이어서 Latané & Tuttle(1967)은 Yule & Kendall(1950)이 제시한 기하수익률의 근사식을 이용하여, 기하수익률을 최대화하는 레버리지 비율을 유도하였다. 이에 대하여 Vince(1990)는 전통적인 CAPM에서 지배이론에 의한 효율적 투자선과 무위험 이자율과의 관계를 통해 제시되는 증권시장선(SML)이 선형으로 증가하지 않고 레버리지 비율

이 일정 수준 이상에서는 아래쪽으로 휘어진 모습을 나타낼 것이라는 의미로 해석하였다. 즉, 포트폴리오의 수익률과 표준편차(위험)로 표시된 공간에서 위험이 작을 때에는 평균 기대수익률의 증가가 클수록 증권시장선이 증가하는 모습을 보이지만, 초과수익률이 위험의 제공 값보다 작아지게 되면 적정레버리지 비율이 감소하므로 증권시장선이 우하향하게 된다는 것이다.

Hakansson(1971)은 MV모형을 다기간으로 확장하는 과정에서 각 단일기간의 MV모형에서 구해진 수익률의 평균복리수익률이 최대화되어야 최종적으로 부(wealth)를 최대화할 수 있으므로 궁극적으로는 GOP모형이 사용되어야 하며 이 점에서 MV모형이 GOP모형과 직접적인 관련이 있다고 주장하였다.

GOP를 이용한 실증분석으로서, Hunt(2005)는 1972년부터 25년간의 다우산업지수(DJIA)에 포함된 종목을 대상으로 GOP모형을 활용한 실증분석을 시도하였다. 공매도를 허용하지 않은 경우의 수익률은 연평균 수익률이 25.27%~31.54%를 보였으며 공매도를 허용한 경우에는 -88.48%~1,158.72%에 이르는 결과를 나타내었는데, 같은 기간의 실제 다우존스 산업지수의 수익률은 13.21%~13.64%이고 MV전략에 의한 수익률이 -0.3%~6.52%임과 비교하여 볼 때 GOP모형이 우수한 전략이라고 주장하였다.

Le & Platen(2006)은 1973년부터 2006년까지 전 세계 104개의 주식섹터 데이터를 이용하여 시장 가격 가중지수와 동일비중지수에 대비하여 GOP모형을 적용한 지수(World Stock Index, WSI)가 초과성과를 달성함을 보였으며 이때 사용된 로그수익률과 분산은 과거 1년 데이터를 연속적으로 사용함으로써 GOP모형의 극단적인 포트폴리오 비중 조정의 단점을 보완할 수 있으며 WSI가 분산포트폴리오이고 실무적으로 초과성과를 낼 수 있는 포트폴리오(enhanced portfolio)로 활용될 수 있음을 제안

하였다.

Estrada(2010)은 미국 주가지수(S&P500), 신흥국 주가지수,<sup>1)</sup> 미국 10년 국채의 총수익지수, 금(gold), MSCI<sup>2)</sup> World Index의 월간 수익률을 대상으로 분석한 결과, GOP모형은 연평균 기하수익률 13.0% ~ 14.4%로 MV모형의 8.0% ~ 12.2%와 대비하여 각 기간에서 모두 우월한 결과를 나타내었으며, 샤프 비율(Sharpe's ratio)만을 비교하였을 때는 GOP모형이 열위하나, 특정 자산에 100% 투자하는 경우를 피하기 위하여 개별 자산의 투자비중을 최대 45%로 제약하여 나온 GOP모형은 수익률과 샤프비율에서 모두 MV모형보다 우월함을 보고하였다.

GOP모형에 관한 국내의 실증연구로 김규태, 정수희(2012)는 독립적인 두 주식의 기대수익률이 2배 상승과 50% 하락으로 같을 때 투자자본의 기하평균 수익률이 최대가 되게 하는 투자비율은 두 자산에 각각 50%씩 투자하는 것임을 Monte Carlo Simulation을 통해 밝히고, 이것은 Kelly기준에 의한 최적 투자자본 배분율의 결과와 일치하므로 Kelly기준을 사용하는 것이 합당하다고 보고하였다.

### III. 연구방법

$r_t$ 는 두 시점  $(t-1, t)$ 의 주식이격( $S$ )의 상승률로 가정할 때( $S_t/S_{t-1} = 1+r_t$ ),  $n$ 회의 연속적인 투자의 최종 수익률은 다음과 같다.

$$\frac{S_1}{S_0} \frac{S_2}{S_1} \dots \frac{S_{n-1}}{S_{n-2}} \frac{S_n}{S_{n-1}} = (1+r_1)(1+r_2)\dots(1+r_{n-1})(1+r_n) \quad (식1)$$

이때  $n$ 회 투자의 평균수익률은 (식2)와 같이 기하평균값으로 표시할 수 있으며 이는 로그의 성질에 의해 (식3)으로 표시할 수 있다. 즉, 투자의 기하평균수익률은 로그 수익률의 기댓값이므로 투자의 기하평균수익률을 최대화하는 것은 로그 수익률의 기댓값을 최대화하는 것이다.

$$\sqrt[n]{(1+r_1)(1+r_2)(1+r_3)\dots(1+r_{n-1})(1+r_n)} \quad (식2)$$

$$\frac{\log(1+r_1)+\log(1+r_2)+\dots+\log(1+r_{n-1})+\log(1+r_n)}{n} \quad (식3)$$

Markowitz(1959)는 포트폴리오의 장기성장과 관련된 로그수익률의 기댓값에 대하여 다음 두 개의 근사식을 제시하였는데, 수익률의 범위가 -30% ~ 30%로 크지 않고  $r \approx 0$ 인 경우의 근사식으로는 (식4)가 적합하며, 수익률의 범위를 고려하지 않고  $r = E(r)$ 인 경우는 (식5)가 적합하다고 언급하였고, 1937년부터 1953년까지 보통주 9종목<sup>3)</sup>의 실제 로그수익률과 비교하였을 때 (식5)가 (식4)보다 오차가 작음을 보였다.

$$E[\ln(1+r)] = E(r) - \frac{1}{2}var(r) - \frac{1}{2}[E(r)]^2 \quad (식4)$$

$$E[\ln(1+r)] = \ln(1+E(r)) - \frac{1}{2} \frac{var(r)}{(1+E(r))^2} \quad (식5)$$

---

1) EAFE: Europe, Australia and Far East.  
 2) MSCI: Morgan Stanley Capital International index.  
 3) American Tabacco, American Tel. & Tel, United States Steel, General Motors, Atchison Topeka & Santa Fe, Coca-Cola, Borden, Firestone, Sharon Steel.

(식4)와 (식5)는 포트폴리오관점에서 다음의 최적화 (식6)과 (식7)로 나타내어 수익률을 최적화 하는 투자비중  $w$ 를 각각 구할 수 있다. 여기에서  $\mu$ 는 포트폴리오를 구성하는 개별 주식의 평균기대수익률,  $\Omega$ 는 분산 공분산 행렬이며,  $w$ 는 개별 주식의 투자비중으로  $\sum_{(i=1)}^n w_i = 1$ ,  $w^T$ 는  $w$ 의 전치행렬, 그리고  $E(R_p)$ 는 포트폴리오의 기대수익률로서  $E(R_p) = w^T \mu$ 이다.

$$w^T \mu - \frac{1}{2} w^T \Omega w - \frac{1}{2} [w^T \mu]^2 w^T \mu = E(R_p),$$

$$\sum_{(i=1)}^n w_i = 1 \tag{식6}$$

$$\ln(1 + w^T \mu) - \frac{1}{2} \frac{w^T \Omega w}{(1 + w^T \mu)^2} w^T \mu = E(R_p),$$

$$\sum_{(i=1)}^n w_i = 1 \tag{식7}$$

본 연구에서는 Estrada(2010)와 De Santiago & Estrada(2013)와 같이 (식7)의 방식을 사용하여 최적 성장포트폴리오의 투자비중을 구하여 결과를 비교하였다. 본 연구에서 사용한 최적화 도구는 R의 Nlcoptim 패키지이다.

## IV. 실증분석결과

### 4.1 데이터

본 연구에서는 FN-Guide<sup>4)</sup>에서 제공하는 2010

년 7월부터 2019년 3월까지의 KOSPI200지수와 KOSPI200 섹터지수의 일별 데이터를 사용하였다. 섹터지수의 기초통계량은 <표 1>과 같으며, 무위험 수익률은 한국자산평가(주)<sup>5)</sup>에서 제공하는 통안채 1년 지수를 사용하였다.<sup>6)</sup> <표 1>에 의하면 분석기간 동안 KOSPI200지수의 누적수익률은 27.40%이다. 이를 구성하는 섹터 중에서는 헬스케어 섹터와 정보기술 섹터가 각각 95.06%와 69.12%의 높은 수익률을 보이며, 특히 정보기술 섹터의 경우 월별 수익률의 표준편차는 비교적 낮은 편이다. 반면, 산업재와 중공업 섹터의 경우는 총수익률도 낮고 월평균 수익률도 낮으면서 특히 중공업 섹터는 표준편차도 높은 편이다. 이로서 기존 MV모형에서는 정보기술 섹터가 높은 투자비중을 차지하게 될 것으로 기대되고, 중공업 섹터는 낮은 투자비중을 차지하게 될 것임을 예상할 수 있다.

정보기술 섹터가 KOSPI200에서 차지하는 시가총액 비중은 자료의 기초에 28.21%이고 기말에 35.38%를 차지하고 있다. 비중이 가장 낮은 섹터는 건설로서 2.66%에서 2.75%를 차지하고 있다. 따라서 정보기술 섹터와 같이 높은 비중을 차지하는 섹터는 포트폴리오 구성의 이론적인 모형에서 반드시 고려해야 할 필요가 있다고 여겨진다. Jarque Berra 검증에 의하면 철강소재, 에너지화학, 경기소비재, 산업재 섹터를 제외한 나머지 섹터와 KOSPI200의 월 수익률 자료가 유의수준 5%에서 정규분포를 따르고 있다.<sup>7)</sup>

<그림 1>을 보면 2015년 이전에는 모든 섹터의

4) <http://www.fnguide.com>

5) <http://www.koreaap.com>

6) 통안채 1년 총지수 수익률의 일일 기하평균 수익률은 0.00723%이고, 1년의 평균 복리 수익률은 2.67%이다.

$(1 + 0.00723\%)^{365} - 1 = 2.67\%$ .

7) Markowitz(1959)는 로그수익률 최적화의 근사식인 (식4)와 (식5)가 현실을 잘 반영하기 위해서는 수익률이 정규분포에 가까워야 함을 전제로 하였다. 하지만 Hunt(2005)에 의하면 주가수익률의 정규성이 GOP에서 적용되는 가정일지라도 만일 GOP가 잘 적용되어 동일가중 수익률 등 다른 운용전략보다 높은 성과를 나타냈다면, GOP에서 정규성의 가정이 중요하지 않을 수 있다. 따라서 본 연구의 결과로서 <표 1>에서와 같이 일부 섹터지수의 비정규성에도 불구하고 나타나는 GOP의 초과수익률은 Hunt(2005)와 일치한다고 할 수 있다.

〈표 1〉 KOSPI200과 KOSPI200 섹터지수의 기초통계량

총수익률은 2010.7.1. ~ 2019.3.31.의 수익률(단위, %)을 의미하며, 월평균 수익률은 월 수익률의 평균값, 표준편차는 월 수익률의 표준편차이다. 비중( $w$ )은 자료의 초일과 말일 기준 시가총액 비중이다. J-B는 월별 수익률을 이용하여 계산된 Jarque-Berra 통계량이며 괄호 안은 p-value이다.

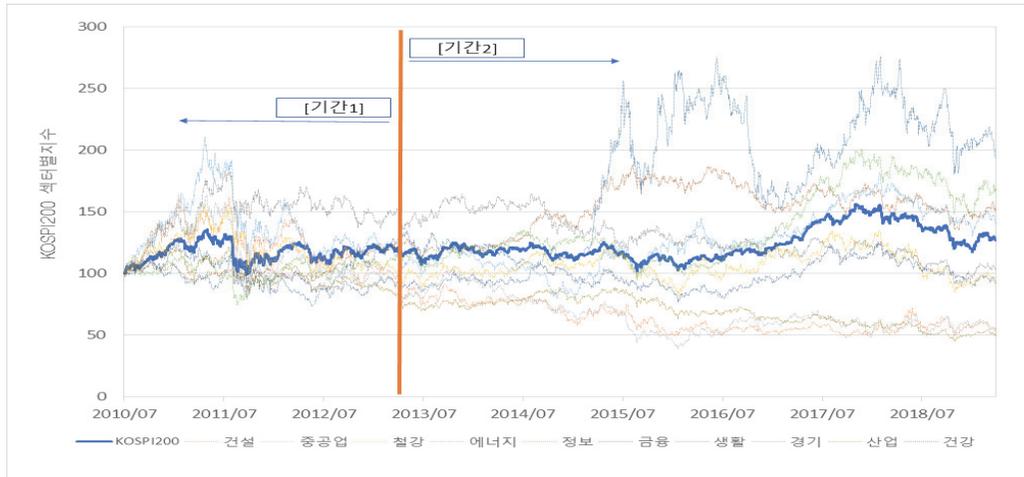
섹터	총수익률	월평균수익률	표준편차	비중( $w$ )		J-B
				기말	기초	
KOSPI200	27.40	0.31	4.01	100	100	1.72 (0.42)
건설	-43.65	-0.25	7.74	2.75	2.66	2.40 (0.30)
중공업	-45.93	-0.21	8.71	3.09	4.30	4.68 (0.09)
철강소재	-5.31	0.16	6.50	3.70	6.70	15.33 (0.00)
에너지화학	41.51	0.61	7.45	9.89	8.34	32.10 (0.00)
정보기술	69.12	0.62	4.76	35.38	28.21	2.12 (0.34)
금융	-7.16	0.06	5.18	11.75	11.72	0.73 (0.69)
생활소비재	50.86	0.46	3.48	11.49	21.38	0.52 (0.76)
경기소비재	4.16	0.16	4.94	12.63	9.69	7.94 (0.02)
산업재	-49.47	-0.52	5.19	2.98	4.33	40.69 (0.00)
헬스케어	95.06	0.97	8.19	6.34	2.68	3.53 (0.17)

수익률이 횡보하는 모습을 보이며 KOSPI200지수도 횡보하는 모습을 보이고 있다. 2015년부터는 생활소비재, 헬스케어, 정보기술 섹터의 수익률이 상승하면서 전체 KOSPI200지수의 수익률을 견인하고 있는 모습이다. 본 연구에서는 평균과 분산의 추정 구간을 3개월에서 3년까지 변화하면서 분석하였다. 따라서 자료의 첫 3년 기간인 2013년 7월 이전 기간은 모수추정에 사용되는 최초 기간으로서 [기간 1]로, 이후의 수익률 계산과 모수의 재추정이 이루어

어지는 기간은 [기간2]로 구분하여 표시하였다.

#### 4.2 모수추정기간별 초과수익률 분석 결과

〈그림 2〉는 [기간2] 동안 평균과 분산의 추정기간을 3개월에서 36개월까지 변경해 가며 (식7)에 의해 계산된 투자 비중을 적용하여 나타난 GOP모형의 KOSPI200지수 대비 누적 초과수익률을 1개월부터 3개월까지 보유기간에 따라 보여주고 있다. 이



2010년 7월 1일부터 2019년 3월 31일까지 KOSPI200 각 섹터별 지수수익률 추이를 나타낸다. 2010년 7월 1일을 100으로 환산하였으며, 굵은 실선은 KOSPI200지수 수익률이다.

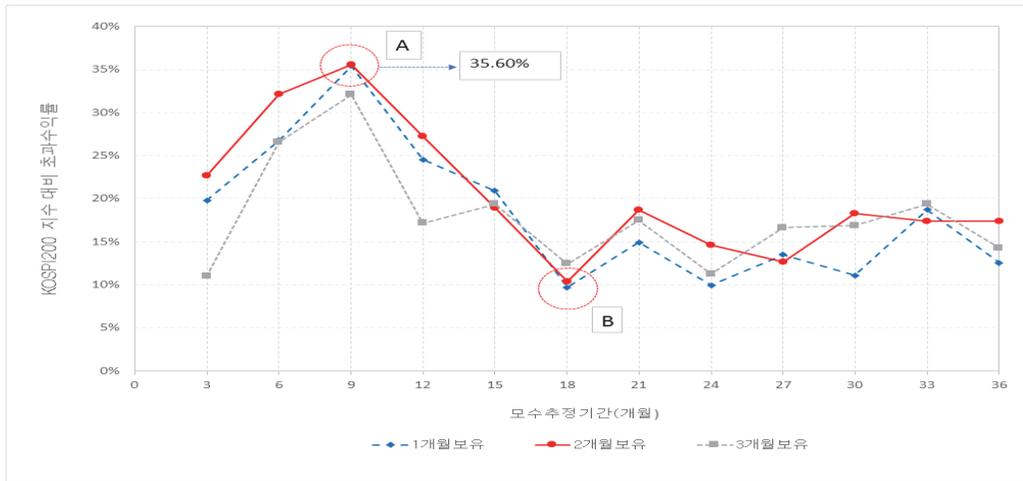
〈그림 1〉 KOSPI200과 KOSPI200 섹터지수의 수익률 추이

때 적용된 섹터별 최대 비중은 기초와 기말 시장평균의 두 배를 적용하였고<sup>8)</sup> 각 섹터에 대한 최저 투자비중은 0%로서 공매도를 고려하지 않은 결과이다. 가로축 3개월에서 36개월까지의 변화는 섹터별 수익률의 평균과 분산을 구하는데 적용한 모수의 추정기간을 나타내며, 세로축은 GOP모형에 의한 비중으로 투자된 포트폴리오의 KOSPI200대비 초과수익률을 나타낸다.<sup>9)</sup> 1개월 보유기간부터 3개월 보유기간으로 구분된 각 실선은 GOP모형으로 구해진 투자비중을 몇 개월 동안 유지하는가에 따른 수익률의 변화를 나타낸다. 즉, A점과 같이 모수추정기간 9개월과 2개월 보유에 따른 세로축 상의 초과수익률 35.60%가 의미하는 바는 2013년 6월 이전 9개월간의 자료로 추정된 평균과 분산을 GOP모형에 적용하여 나온 투자비중으로 2013년 7월부터 2개

월간 투자한 다음, 2개월이 끝나는 시점에서 과거 9개월 자료로 비중을 구하고 다시 2개월을 투자하여, 이 작업을 데이터의 종료일까지 지속했을 경우의 KOSPI200대비 초과수익률이 35.60%가 달성되었다는 의미이며 이는 연평균 기하 수익률로 5.48%의 초과수익률이다.<sup>10)</sup>

본 연구의 (식7)에서 평균 기대수익률  $E(R_p) = w^T \mu$  를 높이기 위해서는 평균 수익률  $\mu$  가 높은 섹터에 투자비중( $w^T$ )이 높아야 한다는 것을 알 수 있다. 평균 수익률  $\mu$  는 과거 모수추정기간에 의존하게 된다. 〈그림 2〉에 의하면 모수추정기간이 18개월에서 27개월인 경우보다 3개월부터 15개월, 30개월부터 36개월인 경우 높은 초과수익률을 보이고 있다. 그러나 〈그림 2〉와 같이 GOP모형에 의한 수익률이 KOSPI200지수 대비 높은 수익률을 보이는 결과에

8) 〈표 1〉에서 정보기술섹터의 시가총액 비중은 최대 35.38%를 차지하므로 만일 3배 이상을 상한으로 설정하게 되면 한 개의 섹터에 100%를 투자할 수 있게 되는 결과를 방지하기 위하여 2배로 제한하였다.  
 9) 초과수익률 계산의 첫 시작일은 데이터의 시작일로부터 36개월 이후인 2013년 7월부터 계산하여 2019년 3월까지 [기간2] 동안 동일한 조건에서 비교된 초과 수익률이다.  
 10) Hannah Jun et al.(2014)에 의하면 2006년부터 2010년까지 국민연금(NPS)의 주식운용부분 연평균 초과수익률은 KOSPI대비 6%이다.



모수추정기간을 3개월부터 36개월까지 변경하면서 각각의 경우에 대해 보유기간을 1개월에서 3개월까지 변경하였을 경우에 GOP모형에 의한 포트폴리오의 KOSPI200지수 대비 초과 수익률이다. GOP모형에 의한 포트폴리오는 공매도를 가정하지 않은 경우이며, 섹터별 투자비중의 상한은 각 섹터의 시가총액비중의 2배를 넘지 않도록 통제하였다.

〈그림 2〉 모수추정기간별 KOSPI200대비 초과수익률

대하여 초과수익률의 원천을 GOP모형의 우수성만으로 주장하기에는 한계가 있다. 특히 모수추정기간이 3개월에서 15개월인 1년 내외의 기간의 경우, 과거 기간 동안 수익률이 좋았던 섹터에 대한 투자비중을 높여 투자하는 GOP모형의 특성에 비추어 볼 때, 초과수익률의 원천을 시장의 비정상수익률과 관련한 주제 중의 하나인 모멘텀 효과로 볼 수도 있을 것이다. 즉, A점과 같이 과거 수익률이 높았던 섹터에 대한 투자에서는 모멘텀 효과로 인해 초과수익률을 달성할 수 있으나, B점과 같이 18개월간 수익률이 높았던 섹터에 대한 투자는 역모멘텀 효과를 보인다고 해석할 수 있다. 따라서 GOP모형을 사용하기 위해서는 모멘텀 효과가 있는 기간의 모수로 추정된 값을 사용해야 하며, 만일 역모멘텀이 있는 기간의 모수로 추정된 값을 사용할 경우에는 수익률의 음의 효과를 가중시킬 가능성이 있으므로, GOP

모형의 활용에서 모멘텀의 효과는 매우 중요한 요소임을 알 수 있다. 국내에서 모멘텀 효과에 최근의 연구는 1년 내외의 기간에서 모멘텀 효과가 있음을 주장하고 있으며(고승의(2015); 심명화(2018)), 본 연구의 결과도 이를 지지한다고 볼 수 있다.<sup>11)</sup>

〈그림 2〉에서 모수추정기간이 9개월인 경우 보유기간에 상관없이 가장 높은 초과수익률을 보이고, 3개월에서 36개월까지 총 12회의 모수추정기간에서 가장 수익률이 높았던 경우를 살펴보면 보유기간 1개월인 경우 1회, 2개월인 경우 8회, 3개월인 경우 3회였고, 수익률이 가장 낮은 경우가 보유기간 1개월인 경우 5회, 2개월인 경우 3회, 3개월인 경우 4회로 나타났다. 이는 우리나라 KOSPI 시장의 경우 금융위기 이후 자료에서 포트폴리오 구성 기간이 9개월, 12개월이고, 보유기간이 3개월, 6개월일 때 무비용(zero cost) 포트폴리오의 수익률이 유의하

11) 국내에서 모멘텀 효과에 대한 초기의 분석은 대부분 반대투자전략(역모멘텀 효과)이 양호한 성과를 보이는 것으로 보고되었다.(김병준, 정호정(2008); 감형규, 신용재(2011), 이명철, 이수건(2011))

게 나타남을 보고한 이민경, 박영규(2018)의 연구 결과와 어느 정도 일치하는 결과이다. 이에 따라 본 연구에서는 <그림 2>의 A점인 모수추정기간 9개월, 보유기간이 2개월인 경우를 모멘텀 효과가 존재하며, GOP모형을 수행하기 위한 최적의 조건으로 가정하고 논의를 진행하였다.

#### 4.3 시장비중(Market Weight) 조정 GOP

GOP모형의 실증분석 결과는 대부분 투자수익률의 변동성이 매우 크며, 투자비중  $w$ 가 각 추정기간에 따라 극단적인 변동을 보인다는 점이 단점으로 제시되었다(Hunt(2005); Le & Platen(2006)). 이에 대한 보완 방법으로 GOP모형에 따른 결과의 비중을 부분적으로 적용하는 방식이 소개되었으며(Chin & Ingenoso(2006)), Stop-Loss Rule을 적용하는 방식(Nielsen(2014)), Hyperbolic Tangent 함수<sup>12)</sup>를 적용하는 방식(Shonkwiler(2013)) 등의 시도가 있었다. 본 연구에서는 최적화 함수를 이용하여 투자비중을 구하는 첫 단계에서는 공매도를 허용하지 않은 조건에서 섹터별 최대 비중을 기초와 기말 시장평균의 두 배로 제한한 후 GOP모형에 적용하였고, 두 번째 단계로 GOP모형에 의한 투자비중과 각 시점의 시가총액비중의 중간값에 투자하는 것을 GOP\_half로 표시하고 이를 GOP모형과 함께 분석을 진행하였다. 이로서 GOP모형의 유용성을 유지하면서도 시장의 비중을 고려한 방법으로 실증 분석을 수행하였다.

#### 4.4 공매도 비율의 변화에 따른 효과 분석

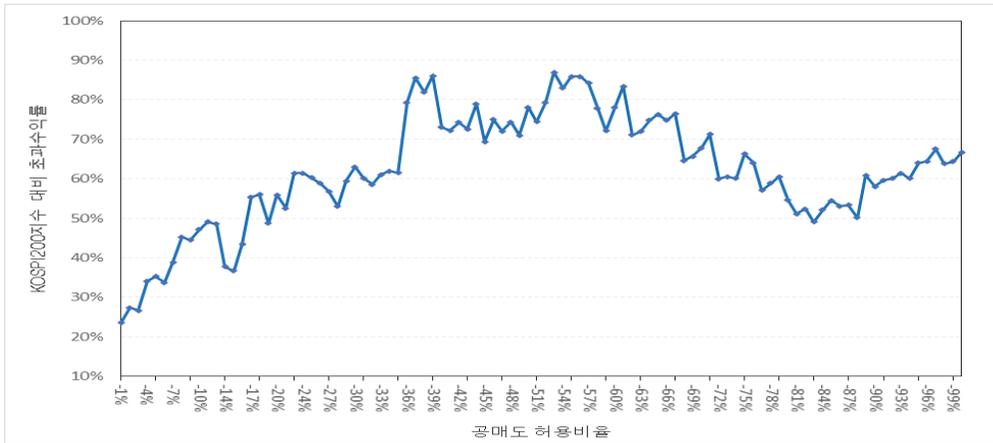
공매도(Short Selling)란 증권대차거래의 일종으로서, 차입자는 주로 고평가된 주식이나 가격하락이 예상되는 주식을 차입하여 대차과정에서 발생하는 모든 수수료 이상의 수익이 발생할 것으로 예상하고 차입을 하게 된다(유시용, 2014). GOP모형에서는 섹터에 대한 투자비중  $w$ 를 구하기 위해  $0 < w < 1$ 의 가정에서 출발하지만 실증적으로 보면  $w < 0$ 인 공매도의 경우가 다수 발견된다. 그러나 FN-Guide의 자료에 의하면 [기간2]동안 KOSPI200 섹터지수에 대한 공매도 비율은 10개 섹터를 모두 합하여도 일평균은 0.29%이며 가장 높았던 값은 2.81%로 낮은 수준이다. 이는 우리나라 금융제도 또는 거래비용과 수급을 감안할 때 공매도의 제약조건이 많기 때문으로 파악된다.<sup>13)</sup> 현실적으로는 공매도가 충분히 가능하다고 할 수 없으나 본 연구에서는 공매도를 허용할 경우에 공매도의 허용 비중을 높여감에 따른 GOP모형의 투자수익률 변화를 살펴보았다. 공매도 비율은 각 섹터에 대해 허용한 공매도 비율이므로 어느 기간에 한 섹터에 대한 공매도 비중만 큼 다른 섹터의 투자 비중은 확대됨을 의미한다.

<그림 3>은 섹터의 최대 투자비중을 시가총액의 6배로 제한하고,<sup>14)</sup> 모수추정기간 9개월, 보유기간 2개월, GOP-half를 적용하였을 때 공매도비율의 변화에 따른 KOSPI200지수 대비 초과수익률의 변화를 나타낸다. <그림 3>을 살펴보면 공매도 비율이 37% 수준을 초과하면서 부터는 수익률의 증가가

12)  $\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

13) Byungsook, H. et al.(2017)에 의하면 KOSPI200지수 선물과 KOSPI200지수 선물옵션의 영향력이 현물시장에 영향을 줄 정도로 크므로 공매도 보다 파생상품을 이용한 거래비중이 더 크다고 볼 수 있다.

14) 예를 들어 <표 1>의 정보기술섹터의 최대 시장비중이 35.38%일 때, 정보기술 섹터 외의 9개 섹터가 모두 100% 공매도 대상일 경우 정보기술 섹터에 대한 투자비중은 164.62%이다. 이는 최대 시가총액의 4.65배이다. 그러나 만일 건설섹터(시가총액 비중 2.75%) 외의 모든 섹터가 100% 공매도 대상일 경우 건설섹터는 197.25%의 투자가 가능해진다. 이는 시가총액의 71.72배이다. 본 연구에서는 이러한 비현실성을 줄이기 위하여 시가총액 비중을 늘려가며 테스트를 진행한 결과 모든 섹터의 시가총액 비중을 최대 6배로 제한할 경우 100% 이내의 공매도 조건하에서도 GOP모형의 투자비중 계산값을 추출할 수 있었다.



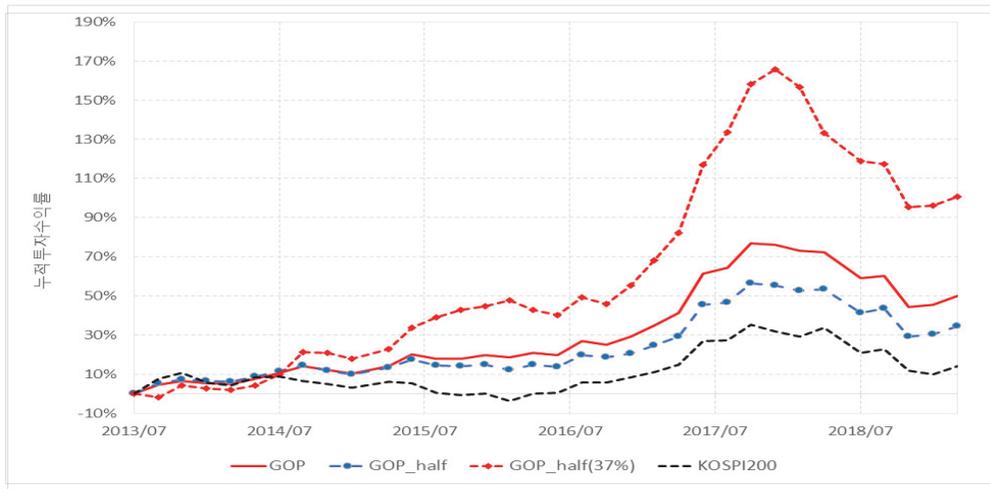
모수추정기간 9개월 보유기간 2개월, GOP\_half, 섹터 편입비중 최대한도는 시장비중의 6배로 제한한 상태에서 섹터별 공매도에 대한 허용비율을 각 섹터별 시장비중의 0%에서 -100%로 증가시킬 때, 포트폴리오의 KOSPI200지수 대비 초과수익률이다.

〈그림 3〉 공매도비율과 초과수익률의 변화

크지 않고, 53%를 초과하면서 오히려 수익률의 감소 현상이 나타난다. 이는 GOP모형에 의한 투자비중 결정에서는 모수추정기간과 보유기간 뿐만 아니라 적정 공매도 비율의 결정이 필요함을 시사하고 있다. 공매도 비율이 증가하면서 투자수익률이 증가하다가 일정 수준 이상에서부터는 체감하거나 감소한다는 것은 중요한 의미를 가진다. Kelly(1956)에서와 같이 승률에 대한 기댓값이 양의 값을 갖는다고 하더라도 투자 비중이 최적 수준을 초과하면서부터는 기대수익률이 감소하는 것과 마찬가지로, 모멘텀 효과를 고려한 최적의 모수 추정기간과 보유기간을 찾았다고 하더라도 적정 공매도 허용 비율이 존재한다는 것을 의미하기 때문이다. 이는 증권 시장선(SML)이 무위험 자산과 위험자산 간의 차입 포트폴리오에 의해 선형으로 증가하지 않고 일정 수준 이상에서는 아래쪽으로 휘어진 모습을 나타낼 것이라는 Vince(1990)의 해석을 지지한다고 볼 수 있다.

#### 4.5 GOP모형의 투자수익률과 성과분석

〈그림 4〉는 모수추정기간 9개월, 보유기간 2개월인 경우 GOP와 GOP\_half, 그리고 공매도 허용비율이 37%인 경우에 GOP\_half의 누적수익률의 추이를 나타낸다. 2013년 7월부터 2015년 이전까지 KOSPI200지수가 횡보하는 구간에서는 각 GOP모형의 수익률 간에 큰 차이를 보이지 않고 KOSPI200지수 대비로도 큰 차이를 보이지 않는다. 이후 생활소비재, 헬스케어, 정보기술 섹터의 수익률이 상승하면서 전체 KOSPI200지수의 수익률을 견인하고 있는 구간에서는 초과수익률이 증가하고 있으며, GOP\_half는 GOP수익률과 KOSPI200지수의 중간 수준의 수익률을 보이고 있다. 2015년 7월부터 2016년 1월까지 KOSPI200지수가 하락하는 구간에서 GOP와 GOP\_half는 수익률이 횡보하고 있지만 GOP\_half(37%)는 수익률이 상승하고 있는데 이는 공매도의 효과로 보인다. 2016년 10월 이후 각 GOP모형은 KOSPI200지수가 상승하는 국면에서 지수 대비 초과 수익률이 증가하였다.



2013년 7월부터 2019년 3월까지 GOP, GOP\_half, GOP\_half(37%)의 누적수익률과 KOSPI200지수의 누적수익률을 추이이다. 모수추정기간 9개월, 보유기간 2개월의 조건은 동일하며, GOP와 GOP\_half의 섹터 편입비중 최대한도는 시장비중의 2배이고 공매도를 고려하지 않은 결과이다. GOP\_half(37%)는 섹터별 공매도를 시가총액의 37%까지 허용하였고, 섹터별 투자의 최대한도는 시장비중의 6배 이내로 제한하였다.

〈그림 4〉 누적투자수익률 추이

〈표 2〉는 투자성과를 나타낸 표이다. [기간2]동안 KOSPI200 수익률은 14.23%이고 GOP모형의 누적수익률은 49.83%, GOP\_half의 누적수익률은 34.40%이다. 샤프비율로 비교해도 GOP모형이 GOP\_half보다 우수한 성과를 나타냈다. 그러나 GOP\_half의 초과수익률은 20.16%로 GOP의 초과수익률인 35.60%의 절반인 17.80%보다 2.36% 높은 초과수익률을 보이고 있다. 여기서 GOP모형이 각 섹터별 투자비중을 0%부터 해당 섹터 시장비중의 2배까지 허용한 반면, GOP\_half는 GOP모형과 시장비중의 평균에 투자한 결과임을 고려할 때 GOP\_half 전략이 유용할 수 있음을 나타낸다. GOP\_half에 37% 공매도를 허용한 경우에는 누적수익률이 100.65%로서 KOSPI200 대비 86.41%

의 초과수익률을 나타내고 있다. 표준편차는 3.04로 가장 높은 결과를 보이고, 샤프비율도 가장 높은 결과를 보이고 있는데 이는 변동성의 증가효과 보다 수익률의 상승효과가 크기 때문이다. 그러나 여기에서도 높은 공매도 비율과 높은 섹터별 투자한도로 제약조건을 완화하였음을 고려하여 평가해야 한다.

〈표 3〉은 포트폴리오의 월별 수익률을 종속변수로 하고 Fama-French 3요인과 모멘텀 요인을 독립변수로<sup>15)</sup>하여 회귀분석한 결과이다. 〈표 3〉의 패널 A는 모수추정기간이 9개월, 보유기간이 2개월인 경우이다. 성과요인분석에 의하면 모형(1), 모형(2), 모형(3), 모형(6)에서 위험조정 초과수익률이 유의수준 5%에서 유의적인 양의 값으로 나타났고 모형(4)는 유의수준 10%에서 유의적인 양의 값으로 나

15) KOSPI200 종목을 대상으로 한국펀드평가에서 제공한 SMB, HML 자료를 사용하였으며, Momentum 자료는 거래소에 상장된 전체 종목을 대상으로 FN\_Guide에서 제공하는 자료를 사용하였다. 한국펀드평가에서는 KOSPI200 종목만을 대상으로 하는 Momentum 자료를 제공하지 않고 있고, FN\_Guide에서는 KOSPI200만을 대상으로 하는 SMB와 HML 자료를 제공하지 않고 있다.

〈표 2〉 투자성과 비교

모수추정기간 9개월, 보유기간 2개월의 조건은 동일하며, GOP와 GOP\_half의 섹터 편입비중 최대한도는 시장비중의 2배이고 공매도를 고려하지 않은 결과이다. GOP\_half(37%)는 섹터별 공매도를 시가총액의 37%까지 허용하였고, 섹터별 투자의 최대한도는 시장비중의 6배 이내로 제한하였다. 누적수익률은 [기간2]의 2013년 7월부터 2019년 3월까지 수익률이고 초과 수익률은 KOSPI200지수대비 수익률이다. 월평균 수익률과 표준편차는 누적수익률을 구성하는 각 보유기간인 2개월 단위 수익률에 1/2을 곱한 값의 평균과 표준편차이다.

구분	KOSPI200	GOP	GOP_half	GOP_half(37%)
누적수익률	14.23%	49.83%	34.40%	100.65%
월평균수익률	0.25%	0.66%	0.49%	1.15%
표준편차	2.14%	2.11%	1.99%	3.04%
누적초과수익률	-	35.60%	20.16%	86.41%
연평균초과수익률	-	5.48%	3.27%	11.52%
월평균초과수익률	-	0.41%	0.24%	0.91%
샤프비율(연환산)	0.10	0.58	0.40	0.80

타나고 있다.<sup>16)</sup> KOSPI200의 계수는 100% 미만으로 GOP모형은 베타가 낮은 전략임을 보이고 있다. 시장 모멘텀의 계수는 모두 유의하지 않은 것으로 나타났다. 이는 GOP의 위험조정 초과수익률이 기존 Fama-French 3요인과 시장 수익률 모멘텀 효과로 설명할 수 없는 새로운 형태의 모멘텀을 가지고 있음을 시사하고 있다. 한편 패널 B는 모수추정기간이 18개월, 보유기간이 2개월인 경우로서 〈그림 2〉의 B점에 해당하는 경우이다. 이 경우 각 GOP모형의 위험조정 초과수익률은 패널 A보다 작게 나타나고 있으며 유의수준 5%에서 유의적이지 못한 값이다. 이는 GOP모형의 위험조정 초과수익률의 유의성은 시장 모멘텀 효과가 있는 구간에 대해서만 성립하며, 시장 모멘텀 효과가 작은 경우에는 GOP에 의한 모멘텀 효과가 유효하지 않음을 시사한다.

4.6 강건성 검증

위 5절까지의 분석에서는 전체 표본기간을 대상으로 하여 최적의 모수추정기간을 선정한 다음에 다시 전체기간에 대하여 성과를 분석하였기 때문에 표본내 적합(In-sample fitting)의 문제가 발생한다.<sup>17)</sup> 본 절에서는 위의 분석을 기초로 평균과 분산의 추정기간을 6개월, 9개월, 12개월로 한정된 경우(가)와 3개월, 6개월, 9개월, 12개월, 15개월, 18개월로 한정된(나) 두 가지 경우를 대상으로 In-out sample 테스트를 수행하였다. (가)와 (나)의 비교를 통해 단기 모멘텀 효과가 더 크게 나타나는 경우를 살펴보고, 단기 모멘텀 효과 이외에도 GOP모형의 성과가 유의한 양의 위험조정수익률을 나타내는지 확인해본다. 분석데이터의 시작일인 2010년 7월 1일부터 2013년 7월 15일까지 [기간1]의 자료로 추정된 최적 모수추정기간과 보유기간이 각각 12개

16) 공매도가 있는 GOP\_half(37%)에서 위험조정 초과 수익률이 가장 큰 값을 보이나 Fama-French의 3요인과 모멘텀 효과로 통제된 모형(5)의 경우에서 유의수준 5%에서 유의하지 않은 것으로 나타나고 있다. 하지만 유의하지 않은 요인인 SMB, HML과 Momentum을 제거한 모형(6)에서는 유의하게 나타나고 있다.

17) 익명의 심사위원께 감사드린다.

〈표 3〉 투자수익률의 성과요인 분석

〈표 2〉의 GOP, GOP\_half, GOP\_half(37%)의 월별 수익률을 종속변수로 하고 Fama-French의 3요인과 모멘텀 요인이 독립변수인 시계열 회귀분석의 결과이며 회귀모형식은 다음과 같다.

$$R_t = \alpha + \beta_1 KOSPI200_t + \beta_2 SMB_t + \beta_3 HML_t + \beta_4 Momentum_t$$

여기서  $R_t$ 는 포트폴리오의  $t$ 월 수익률이고  $SMB$ 는 기업규모효과,  $HML$ 은 시장가치 대비 장부가치효과이다. 회귀계수 추정치는 백분율이고 ( )안의 숫자는 p-value이다. 모형 (2), (4), (6)은 각각 모형 (1), (3), (5)에서 유의하지 않은 변수를 제외한 회귀분석의 결과이다.

패널 A: 모수추정기간 9개월

모형	GOP		GOP_half		GOP_half(37%)	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$\alpha$	1.02 (0.020)	0.89 (0.024)	0.79 (0.014)	0.55 (0.067)	1.71 (0.107)	1.94 (0.044)
$\beta_1$	88.42 (0.000)	85.27 (0.000)	89.59 (0.000)	84.77 (0.000)	71.50 (0.004)	72.86 (0.002)
$\beta_2$	8.45 (0.349)		11.01 (0.102)		-0.84 (0.969)	
$\beta_3$	2.62 (0.775)		5.84 (0.391)		-3.97 (0.861)	
$\beta_4$	9.21 (0.214)		6.06 (0.265)		27.93 (0.130)	

패널 B: 모수추정기간 18개월

모형	GOP		GOP_half		GOP_half(37%)	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$\alpha$	0.35 (0.362)	0.34 (0.340)	0.46 (0.127)	0.28 (0.327)	0.42 (0.107)	0.48 (0.208)
$\beta_1$	81.78 (0.000)	80.21 (0.000)	86.27 (0.000)	82.25 (0.000)	75.65 (0.000)	75.16 (0.000)
$\beta_2$	11.08 (0.187)		12.33 (0.062)		5.32 (0.542)	
$\beta_3$	-5.24 (0.538)		1.90 (0.770)		-3.46 (0.699)	
$\beta_4$	11.17 (0.106)		7.04 (0.181)		12.79 (0.080)	

월과 2개월이면 이를 적용하여 계산된 투자비중으로 2013년 7월 16일부터 9월 13일까지 투자하고, 2013년 9월 13일에 2010년 7월 1일부터 2013년

9월 13일까지의 자료로 다시 최적 모수추정기간과 보유기간을 선택하여 투자비중을 결정하였다. 이러한 과정을 2019년 3월 31일까지 반복하였으며, 섹

터별 투자비중이 감소되는 비중의 0.5%<sup>18)</sup>를 거래 비용으로 가정하여 수익률에서 차감한 경우를 함께 분석하였다.

〈표 4〉의 패널 A에서 GOP\_half의 KOSPI200 대비 누적 초과수익률은 12.79%로 〈표 2〉의 20.16%보다 낮게 나오고 있으며 이러한 현상은 GOP와 GOP\_half(37%)인 경우도 동일하게 나타나고 있다. 이는 사후적으로 최고의 수익률을 보인 모수추정기간 9개월, 보유기간 2개월의 방식으로 계속 투자한

경우보다, 각 시점마다 투자비중을 계산하여 모수추정기간과 보유기간을 변경하여 투자한 경우의 수익률이 낮게 나왔음을 의미한다. 그러나 거래비용을 차감한 패널 D의 GOP\_half(37%)를 제외한 모든 경우에서 GOP모형의 운용성과는 여전히 KOSPI200 지수 대비 초과수익률을 나타내고 있다.

〈표 4〉에 의하면 누적수익률과 샤프비율을 기준으로 볼 때, 패널 A와 B의 운용성과가 각각 패널 C와 D보다 양호함을 알 수 있다. 이는 우선 단기 모멘텀

〈표 4〉 In-Out Sample 테스트의 투자성과 비교

모수추정기간과 보유기간은 각 리밸런싱 시점마다 계산하여 적용하였다. 패널 B와 패널 D의 수익률은 거래비용 0.5%를 차감한 후의 수익률이며 섹터 편입비중 최대한도는 〈표 2〉의 조건과 동일하다. 월평균 수익률과 표준편차는 1개월(21영업일) 단위 수익률을 기준으로 하였다.

**패널 A: 최적 모수추정 대상 기간 6개월, 9개월, 12개월(거래비용 차감 전)**

구분	KOSPI200	GOP	GOP_half	GOP_half(37%)
누적수익률(차감후)	14.23%	33.95%	27.02%	75.14%
월평균수익률	0.25%	0.49%	0.41%	0.95%
표준편차	2.14%	3.39%	3.17%	4.73%
누적초과수익률	-	19.72%	12.79%	60.91%
연평균초과수익률	-	2.35%	1.57%	6.33%
월평균초과수익률	-	0.24%	0.16%	0.70%
샤프비율(연환산)	0.10	0.35	0.28	0.58
누적거래비용	-	-4.28%	-2.16%	-14.03%

**패널 B: 최적 모수추정 대상 기간 6개월, 9개월, 12개월(거래비용 차감 후)**

구분	KOSPI200	GOP	GOP_half	GOP_half(37%)
누적수익률(차감후)	14.23%	29.66%	24.86%	61.11%
월평균수익률	0.25%	0.44%	0.38%	0.82%
표준편차	2.14%	3.39%	3.17%	8.62%
누적초과수익률	-	15.43%	10.63%	46.88%
연평균초과수익률	-	1.87%	1.31%	5.09%
월평균초과수익률	-	0.19%	0.13%	0.57%
샤프비율(연환산)	0.10	0.21	0.25	0.27

18) 거래비용은 주문의 크기와 증권회사, 투자자 종류 별로 다양하지만(강석규(2013)) 본 연구에서는 매도시점의 거래세 0.15%와 농특세 0.15% 및 증권회사 거래수수료 0.2%를 합산한 0.5%를 거래비용으로 가정하였다. 익명의 심사위원께 감사드립니다.

〈표 4〉 In-Out Sample 테스트의 투자성과 비교 (계속)

패널 C: 최적 모수추정 대상 기간 3, 6, 9, 12, 15, 18개월(거래비용 차감 전)

구분	KOSPI200	GOP	GOP_half	GOP_half(37%)
누적수익률(차감후)	14.23%	26.54%	22.99%	29.61%
월평균수익률	0.25%	0.40%	0.36%	0.49%
표준편차	2.14%	3.18%	3.06%	4.50%
누적초과수익률	-	12.31%	8.76%	15.38%
연평균초과수익률	-	1.51%	1.09%	1.86%
월평균초과수익률	-	0.15%	0.11%	0.24%
샤프비율(연환산)	0.10	0.27	0.28	0.26
누적거래비용	-	-7.29%	-3.78%	-23.00%

패널 D: 최적 모수추정 대상 기간 3, 6, 9, 12, 15, 18개월(거래비용 차감 후)

구분	KOSPI200	GOP	GOP_half	GOP_half(37%)
누적수익률(차감후)	14.23%	19.25%	19.22%	6.61%
월평균수익률	0.25%	0.31%	0.31%	0.19%
표준편차	2.14%	3.18%	3.06%	4.50%
누적초과수익률	-	5.02%	4.99%	-7.62%
연평균초과수익률	-	0.63%	0.63%	-1.02%
월평균초과수익률	-	0.06%	0.06%	-0.06%
샤프비율(연환산)	0.10	0.18	0.18	0.03

효과가 모수추정기간을 3개월에서 18개월로 확대한 경우보다 6개월에서 12개월 사이에서 집중되고 있음을 나타낸다. 모수추정기간이 6개월, 9개월, 12개월(패널 A와 B)인 경우와 모수추정기간이 3개월, 6개월, 9개월, 12개월, 15개월, 18개월(패널 C와 D)인 경우에 각 모형에서 선정되는 모수추정기간과 보유기간은 [부록2]에 기록하였다. [부록2]에서 대상기간의 초기에 모수추정기간이 6개월, 9개월, 12개월인 경우와 비교하여 모수추정기간이 3개월, 6개월, 9개월, 12개월, 15개월, 18개월인 경우에는 3개월과 18개월이 많이 선택되었는데 결과적으로 모수추정기간이 6개월, 9개월, 12개월인 경우의 성과가 더 양호했다는 것은 앞서 언급한 바와 같이 이미 최근 국내의 다른 연구에서와 마찬가지로 본 연

구의 분석대상 자료에서도 1년 부근에서 단기 모델 효과가 있음을 지지하는 결과이다. 누적거래비용은 패널 B와 A의 차이 보다 패널 D와 C의 차이에서 더 큰 값을 보이는데 이는 모수추정 대상 기간을 확대할수록 투자비중의 변화정도가 더 커짐을 나타낸다. 또한, 누적 거래비용은 GOP\_half, GOP, GOP\_half(37%)의 순서로 점차 커지고 있는데 시장비중 대비 투자비중의 차이를 허용한 정도에 따라 투자비중의 변화 정도가 더 커지고 있음을 알 수 있다. <표 5>에 의하면 공매도의 허용과 같은 특수한 경우를 제외한 GOP, GOP\_half의 위험조정 초과수익률이 패널 A의 모형(2), 모형(3), 모형(4), 패널 B의 모형(4), 거래비용을 감안한 패널 C의 모형(3)과 모형(4)에서는 유의수준 5% 이내에서 유의적인

양의 값으로 나타나고 있으며, 패널 B의 모형(2)와 모형(3), 패널 C의 모형(2), 패널 D의 모형(3)과 모형(4)에서는 유의수준 10%에서 유의적인 양의 값을 나타내고 있다. 또한, 패널 A의 모형(2), 모형(4)와 패널 B의 모형(2)와 모형(4)를 비교해 보면 거래비용이 더 큰 GOP 보다 GOP\_half에서  $\alpha$ 의 감소가 작고 이에 따라 p-값의 증가가 작음을 보이고있다. 특이한 점은 <표 3>의 결과와 달리 <표 5>

<표 5> In-Out Sample 테스트의 투자 성과요인 분석

<표 4>의 GOP, GOP\_half, GOP\_half(37%)의 월별 수익률을 종속변수로 하고 Fama-French의 3요인과 모멘텀 요인이 독립변수인 시계열 회귀분석의 결과이며 회귀모형식은 다음과 같다.

$$R_t = \alpha + \beta_1 KOSPI200_t + \beta_2 SMB_t + \beta_3 HML_t + \beta_4 Momentum_t$$

여기서  $R_t$ 는 포트폴리오의  $t$ 월 수익률이고  $SMB$ 는 기업규모효과,  $HML$ 은 시장가치대비 장부가치효과이다. 회귀계수 추정치는 백분율이고 ( )안의 숫자는 p-value이다. 모형 (2), (4), (6)은 각각 모형 (1), (3), (5)에서 유의하지 않은 변수를 제외한 회귀분석의 결과이다.

**패널 A: 최적 모수추정 대상 기간 6, 9, 12개월(거래비용 차감 전)**

모형	GOP		GOP_half		GOP_half(37%)	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$\alpha$	0.31 (0.112)	0.39 (0.050)	0.28 (0.043)	0.29 (0.030)	0.41 (0.355)	0.33 (0.451)
$\beta_1$	91.37 (0.000)	92.71 (0.000)	91.85 (0.000)	92.07 (0.000)	76.13 (0.000)	71.53 (0.000)
$\beta_2$	23.33 (0.000)	19.88 (0.001)	17.71 (0.000)	17.13 (0.000)	17.91 (0.195)	
$\beta_3$	-11.28 (0.057)		-1.91 (0.643)		-42.98 (0.001)	-37.89 (0.004)
$\beta_4$	10.40 (0.023)	12.35 (0.007)	6.60 (0.040)	6.93 (0.026)	25.16 (0.015)	26.42 (0.011)

**패널 B: 최적 모수추정 대상 기간 6, 9, 12개월(거래비용 차감 후)**

모형	GOP		GOP_half		GOP_half(37%)	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$\alpha$	0.26 (0.177)	0.34 (0.080)	0.26 (0.065)	0.27 (0.046)	0.28 (0.520)	0.19 (0.657)
$\beta_1$	91.29 (0.000)	92.67 (0.000)	91.80 (0.000)	92.05 (0.000)	75.87 (0.000)	70.99 (0.000)
$\beta_2$	23.69 (0.000)	20.15 (0.001)	17.91 (0.000)	17.28 (0.000)	18.95 (0.169)	
$\beta_3$	-11.64 (0.050)		-2.10 (0.611)		-44.31 (0.001)	-38.93 (0.003)
$\beta_4$	10.23 (0.025)	12.24 (0.007)	6.52 (0.042)	6.88 (0.027)	24.46 (0.018)	25.79 (0.013)

〈표 5〉 In-Out Sample 테스트의 투자 성과요인 분석 (계속)

패널 C: 최적 모수추정 대상 기간 3, 6, 9, 12, 15, 18개월(거래비용 차감 전)

모형	GOP		GOP_half		GOP_half(37%)	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$\alpha$	0.30 (0.113)	0.34 (0.070)	0.27 (0.046)	0.26 (0.045)	0.60 (0.585)	0.39 (0.404)
$\beta_1$	86.54 (0.000)	87.19 (0.000)	89.37 (0.000)	89.26 (0.000)	73.40 (0.000)	75.73 (0.000)
$\beta_2$	24.41 (0.000)	22.76 (0.000)	18.24 (0.000)	18.53 (0.000)	25.12 (0.089)	19.15 (0.177)
$\beta_3$	-5.41 (0.343)		0.97 (0.808)		-19.62 (0.168)	
$\beta_4$	8.83 (0.004)	9.77 (0.024)	5.92 (0.058)	5.75 (0.057)	20.89 (0.056)	24.28 (0.024)

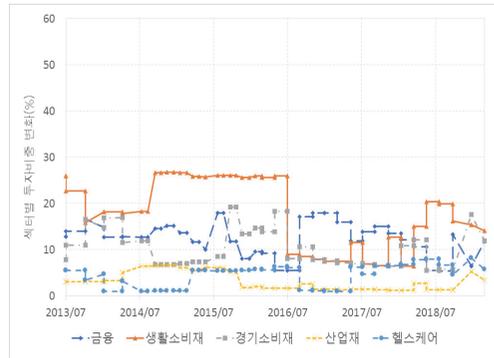
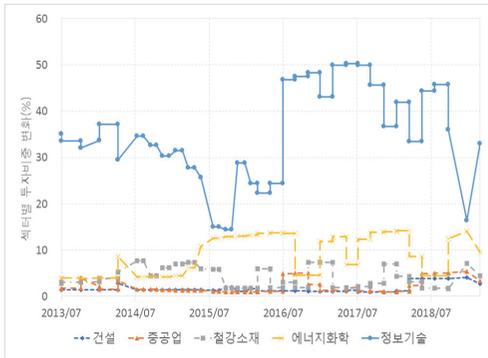
패널 D: 최적 모수추정 대상 기간 3, 6, 9, 12, 15, 18개월(거래비용 차감 후)

모형	GOP		GOP_half		GOP_half(37%)	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$\alpha$	0.22 (0.251)	0.25 (0.172)	0.23 (0.093)	0.22 (0.094)	-0.03 (0.933)	0.10 (0.825)
$\beta_1$	86.59 (0.000)	87.23 (0.000)	89.39 (0.000)	89.27 (0.000)	73.53 (0.000)	76.03 (0.000)
$\beta_2$	24.66 (0.000)	23.01 (0.000)	18.37 (0.000)	18.67 (0.000)	25.84 (0.079)	19.42 (0.170)
$\beta_3$	-5.43 (0.341)		0.97 (0.806)		-21.10 (0.137)	
$\beta_4$	8.71 (0.048)	9.65 (0.025)	5.88 (0.059)	5.71 (0.058)	20.40 (0.068)	24.05 (0.026)

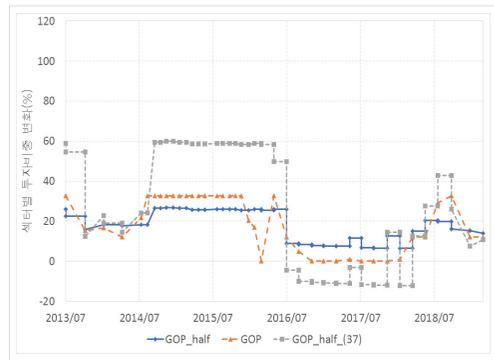
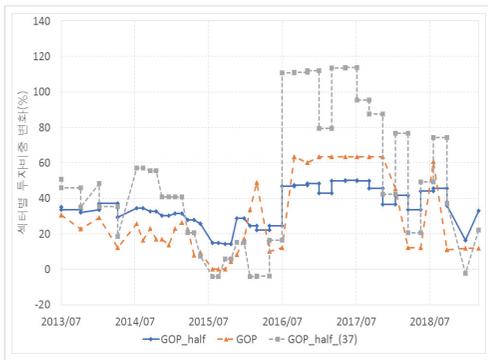
에서는 공매도를 허용한 경우를 포함하여 시장 모멘텀 효과가 패널 C의 모형(3), 모형(4), 모형(5), 패널 D의 모형(3), 모형(4), 모형(5)는 유의수준 10% 이내에서, 나머지의 경우는 모두 유의수준 5% 이내에서 양의 유의한 값을 나타내고 있다. 이는 In-out sample 테스트와 같이 사전적으로 모수추정기간을 결정해 나갈 경우에 모멘텀 효과가 더욱 유의함을 나타낸다. 그러므로 〈표 5〉 역시 GOP모형의 위험 조정 초과수익률이 시장의 섹터비중에서 벗어날 수 있도록 통제하는 정도와 공매도의 허용조건, 거래비

용의 고려에 따라 기존 Fama-French 3요인과 시장 모멘텀 효과로 설명할 수 없는 새로운 형태의 모멘텀을 가지고 있음을 여전히 시사한다고 볼 수 있다.

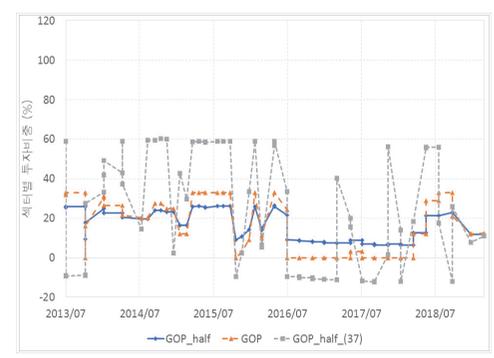
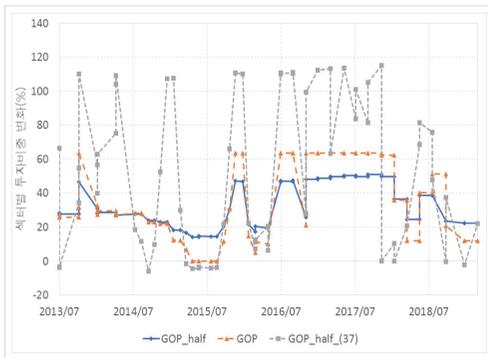
〈그림 5〉는 GOP\_half의 섹터별 투자비중의 변화를 나타내고 있다. 정보기술 섹터와 생활소비재 섹터의 투자비중이 크게 변화하고 있는데 이는 두 섹터의 시장비중이 이미 큰 상태에서 투자비중의 한도를 시장비중의 2배로 제한하여 시장비중과 평균한 결과이다. 〈그림 6〉과 〈그림 7〉은 각각 모수추정기간을 한정된 정도인 6개월, 9개월, 12개월인 경우



(가) 건설, 중공업, 철강소재, 에너지화학, 정보기술 섹터 (나) 금융, 생활소비재, 경기소비재, 산업재, 헬스케어 섹터  
 <그림 5> GOP\_half의 섹터비중 변화(6, 9, 12개월)



(가) 정보기술 섹터 (나) 생활소비재 섹터  
 <그림 6> 정보기술/생활소비재 섹터의 모형별 비중변화(6, 9, 12개월)



(가) 정보기술 섹터 (나) 생활소비재 섹터  
 <그림 7> 정보기술/생활소비재 섹터의 모형별 비중변화  
 (3, 6, 9, 12, 15, 18개월)

와 3개월, 6개월, 9개월, 12개월, 15개월, 18개월 인 경우로 나누어 정보기술 섹터와 생활소비재 섹터의 모형별 투자비중 변화를 나타낸다. 각 모형 간에서는 GOP\_half의 투자비중 변화가 제일 작고, 공매도를 허용한 GOP\_half(37)의 변화가 가장 큼을 보이고 있다. 또한, 정보기술 섹터인 <그림 6>의 (가)와 <그림 7>의 (가), 생활소비재 섹터인 <그림 6>의 (나)와 <그림 7>의 (나)를 각각 비교해 보면 모수추정기간의 선택범위를 좁힐수록 섹터 비중의 변화가 작은 모습을 보이고 있다.

## V. 요약 및 결론

본 논문에서는 우리나라 KOSPI200의 섹터지수의 2010년 7월부터 2019년 3월까지 자료를 GOP 모형에 적용하여 최적 성장포트폴리오를 구성하고 운용성과를 비교하는 실증분석을 진행하였다. GOP 모형은 평균 기하수익률을 최대화하는 투자전략인데 본 연구에서는 Markowitz(1959)가 제시한 기하수익률 최적화 식을 이용하였다.

GOP모형으로 투자비중을 구하기 위해 필요한 평균과 분산을 추정할 때에 모수추정기간의 선택, 결정된 투자 비중으로 얼마나 투자한 후 재조정(리밸런싱)하는가의 보유기간의 선택, 그리고 현실적으로 KOSPI200 각 섹터의 시가총액을 얼마나 고려하여 투자비중의 상한과 하한을 결정하는가에 따라 GOP 모형의 성과는 다르게 나타났다. 본 연구에서는 단기 모멘텀 효과를 고려한 최적 모수추정기간으로 9개월, 보유기간은 2개월을 선택하였다. 투자비중의 상한은 시가총액의 2배로 제한한 경우와(GOP), 이때 계산된 GOP모형의 투자비중을 시가총액과 평균하여 사용한(GOP\_half) 결과를 비교하였으며, 공매도의 효과를 분석하였다.

본 연구의 결과는 첫째, GOP를 구성하기 위해 선택된 최적의 모수추정기간은 9개월, 보유기간은 2개월로 나타나 모멘텀 현상이 유의함을 발견하였다. 둘째, 최적의 모수추정기간과 보유기간 및 각 섹터의 투자 한도 조건 내에서 구한 GOP 수익률은 Fama-French의 3요인과 시장 모멘텀 효과를 통제한 후에도 양의 유의적인 위험조정 초과수익률을 보여 주었다. 셋째, 최적의 조건하에서도 공매도 비율의 증가가 일정 수준 이상에서는 수익률에 음의 효과를 나타내었다. 마지막으로, 거래비용을 감안한 In-out sample 테스트 결과로도 단기 모멘텀 현상을 확인할 수 있었고, GOP에 의한 초과수익률은 유의적인 양의 위험조정 초과 수익률을 나타내어 기존 Fama-French 3요인과 수익률 모멘텀 효과로 설명할 수 없는 새로운 형태의 모멘텀을 가지고 있음을 보여주었다.

본 연구의 결과가 시사하는 바는 첫째, Samuelson (1971)은 GOP모형의 실증분석 결과에 대하여 높은 수익률이 나타났다는 것이 '단지 그러한 자료를 사용했기 때문'이라고 지적하였지만, 본 연구의 결과에 의하면 GOP모형이 어떠한 상황에도 적용될 수 있는 모형은 아니라고 하더라도, 모멘텀 효과와 같은 주식시장의 특성을 고려하여 적용된다면 Larson (1986)의 주장과 같이 GOP모형이 우월한 전략일 수 있다는 점과 둘째, 단기 모멘텀 효과를 고려한 최적의 조건하에서도 일정 수준 이상으로 공매도 비율을 계속 확대할 때 오히려 수익률이 하락함을 발견하였는데, 이는 단순한 Kelly(1956)에서와 같이 투자 비중이 최적 수준을 초과하면서부터는 기대수익률이 감소하는 것과 마찬가지로, 증권시장선(SML)이 차입포트폴리오에 의해 선형으로 증가하지 않고 레버리지 비율이 일정 수준 이상에서는 아래쪽으로 휘어진 모습을 나타낼 것이라는 Vince(1990)의 해석을 지지한다고 볼 수 있다는 점이다.

본 연구에서 GOP 모형을 이용하여 포트폴리오를

구성하는 조건을 선정하는데 너무 많은 경우의 수가 있었기 때문에 각 결과를 모두 설명하는 데 한계가 있었다. 향후 시계열의 상관성, 변동성의 군집성(조건부 변동성) 및 거래 비용, 유동성의 제약 등의 문제를 깊게 분석한다면 GOP 이론은 더욱 정교하게 발전될 수 있을 것이다.

## REFERENCES

- Byungsook, H., Sang-Gyung, J., Eunji, K. & Hyung-Goo, K. (2017), "A case study of option shock in the Korean stock market," *Korea Business Review*, 21(4), 99-117.
- Chin, W., & Ingenoso, M. (2006), "Risk formulae for proportional betting," *Mathematical Studies of Games and Gambling*. S. N. Ethier and W. R. Eadington, eds. *Institute for the Study of Gambling and Commercial Gaming, Univ. of Nevada, Reno*, 541-548.
- De Santiago, R., & Estrada, J. (2013), "Geometric mean maximization: Expected, observed, and simulated performance," *The Journal of Investing*, 22(2), 109-119.
- Estrada, J. (2010), "Geometric mean maximization: An overlooked portfolio approach," *The Journal of Investing*, 19(4), 134-147.
- Fama, E. F., & French, K. R. (1993), "Common risk factors in the returns on stocks and bonds," *Journal of Financial Economics*, 19(4), 134-147.
- Hakansson, N. H. (1971), "Multi-period mean-variance analysis: Toward a general theory of portfolio choice," *The Journal of Finance*, 26(4), 857-884.
- Hunt, B. F. (2005), "Feasible high growth investment strategy: Growth optimal portfolios applied to Dow Jones stocks," *Journal of Asset Management*, 6(2), 141-157.
- Hannah, J., Jaehoon, O., Hyoung-Goo, K. & Wonseok, W. (2014), "Against the odds: Korea's National Pension Service success in a slower-growth era," *Korea Business Review*, 18(2), 147-174.
- Kelly Jr, J. L. (1956), "A new interpretation of information rate," *Bell System Technical Journal*, 35, 917-926.
- Larson, D. C. (1986), "Growth optimal investment strategies," *Unpublished doctoral dissertation, Stanford university*.
- Latané, H. A. (1959), "Criteria for choice among risky ventures," *Journal of Political Economy*, 67(2), 144-155.
- Latané, H. A., & Tuttle, D. L. (1967), "Criteria for portfolio building," *The Journal of Finance*, 22(3), 359-373.
- Le, T., & Platen, E. (2006), "Approximating the growth optimal portfolio with a diversified world stock index," *The Journal of Risk Finance*, 7(5), 559-574.
- Markowitz, H. (1959), "Portfolio selection: Efficient diversification of investments," (Vol. 16), *New York: John Wiley*.
- Nielsen, M. (2014), "The Kelly growth optimal strategy with a stop-loss rule," *Quantitative Finance*, 14(7), 1131-1139.
- Samuelson, P. A. (1971), "The 'fallacy' of maximizing the geometric mean in long sequences of investing or gambling," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 68(10), 2493-2496.
- Shonkwiler, R. W. (2013), "Finance with Monte Carlo," *Berlin: Springer*.
- Thorp, E. O. (1966), "Beat the Dealer: a winning strategy for the game of twenty one," (Vol. 310), *Vintage*.

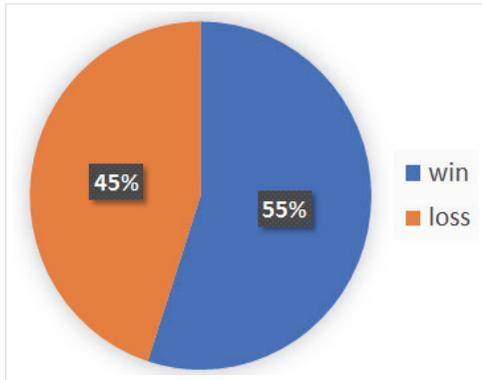
- Thorp, E. O. (2011), "The Kelly criterion in blackjack sports betting, and the stock market," in *Proceedings of 10th International Conference on Gambling and Risk Taking*, in <http://www.bjmath.com/bjmath/>.
- Vince, R. (1990), "Portfolio management formulas: mathematical trading methods for the futures, options, and stock markets," (Vol. 1), *John Wiley & Sons*.
- Yule, G. U., & Kendall, M. G. (1950), "An introduction to the theory of statistics," *London: Griffin Co*.

## 국내참고문헌

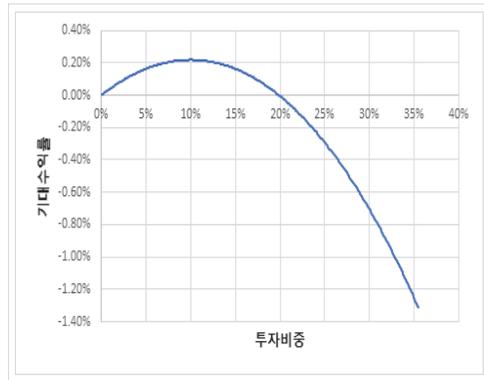
- 김형규, 신용재 (2011), "모멘텀 효과를 이용한 투자전략의 성과에 관한 연구," *기업경영연구*, 18(1), 265-278.
- 강석규 (2013), "상장지수펀드를 이용한 차익거래 수익성에 관한 연구," *한국증권학회지*, 42(3), 619-637.
- 고승의 (2015), "한국 주식시장에서의 융합적 모멘텀 투자 전략," *한국융합학회논문지*, 6(4), 127-132.
- 김규태, 정수희 (2012), "Kelly 기준을 이용한 투자자본 배분문제," *한국경영공학회지*, 17(1), 39-51.
- 김병준, 정호정 (2008), "한국 주식 수익률의 장기 반전현상에 관한 연구," *재무연구*, 21(2), 29-76.
- 심명화 (2018), "주식시장의 순위모멘텀 전략," *재무연구*, 31(1), 117-155.
- 유시용 (2014), "공매도와 주가수익률 변동성과의 관계에 관한 연구," *한국경영학회 통합학술발표논문집*, 2972-3031.
- 이명철, 이수건 (2011), "과거의 주가수준과 주식수익률을 이용한 투자전략의 성과," *경영과 정보연구*, 30(4), 147-173.
- 이민경, 박영규 (2018), "투자심리와 시장상황에 따른 모멘텀현상에 관한 연구," *경영학연구*, 47(2), 251-270.

### 〈부록 1〉 Kelly 기준

Kelly(1956)는 야구 경기 결과에 대한 도박게임에서 베팅하는 예를 들어서 설명하였는데 여기에서는 같은 내용이지만 원판 돌리기의 예를 통하여 설명해보고자 한다. 다음 〈그림 1〉에서와 같은 원판에 다트를 던져 맞추는 게임을 한다고 가정하자. 55%의 확률로 베팅한 금액의 100%를 얻을 수 있지만, 나머지 45%의 확률로 베팅한 금액을 모두 잃는 게임이다. 이 게임은 무한히 반복할 수 있으며 초기의 투자금은 고정되어 있다.



〈그림 1〉



〈그림 2〉

$V_0$ 은 초기자금,  $V_n$ 은  $n$ 번 게임을 한 이후의 자금이고  $f$ 는 각 게임에 베팅하는 투자비율이라고 할 때, 첫 번째 게임에서 승리를 하고  $n$ 번째까지 계속 승리한다면  $n$ 번째 자금  $V_n = V_0 \times (1+f)^n$  이고 반대로  $n$ 회의 게임에서 계속 패배를 할 경우의  $n$ 번째 자금  $V_n = V_0 \times (1-f)^n$ 이다. 투자비율  $f$ 는 초기투자금액대비 베팅 금액의 비율로서 만일 투자금액이 1일 때 20%의 자금을 계속 복리로 투자하여 10번을 승리만 하였을 때 얻을 수 있는  $n=10$  시점의 가치는  $(1+0.2)^{10} \approx 6.19$ 가 된다.

승리 횟수를  $W$ , 패배 횟수를  $L$ 이라고 할 때  $n$ 번째 자금  $V_n$ 은  $V_n = V_0 \times (1+f)^W (1-f)^L$  이고, 이때 초기자금  $V_0$  대비  $n$ 시점의 자금  $V_n$ 은 게임에 의한 총 수익률이라고 할 수 있으므로 총수익률은  $V_n/V_0 = (1+f)^W (1-f)^L$ 이며, 양변에 로그를 취하면,  $\ln(V_n/V_0) = W \ln(1+f) + L \ln(1-f)$ 이다. 여기에서 평균 투자수익률을 구하기 위해 양변을 투자 횟수  $n$ 으로 나누고 게임을 무한히 반복한다면 평균 투자수익률은 다음과 같다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n} \ln(V_n/V_0) \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{W}{n} \ln(1+f) + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{L}{n} \ln(1-f) \tag{식A1}$$

여기서 평균투자 수익률을  $g(f)$ ,  $W/n=p$ 는 승률,  $L/n=q=1-p$ 는 패배율로 정의하면  $g(f) = p \times \ln(1+f) + q \times \ln(1-f)$ 이다. 여기에서 평균투자 수익률을 최대화하는  $f$ 를 구하기 위하여  $g(f)$ 를 미분하고 그 값이 0이 되도록 하는 최적 투자비율  $f^*$ 를 구하면, 다음과 같이 최적투자비율  $f^* = 2p - 1$ 이다. 즉, 55%의 확률로 이길 수 있을 때 베팅비율은  $2 \times 0.55 - 1 = 0.1$ 이며, 이와 같은 결과가 의미하는 바는 가진 돈의 10%를 베팅하는 것이 이 게임을 지속할 때 최대의 수익률을 달성할 수 있게 하는 베팅비율인 것이다. 위 〈그림 2〉와 같이 투자비중을 20% 이상 가져가게 되면 이 게임을 계속할 때 결과적으로 손실을 볼 확률이 높아진다. 각 게임에서 이길 확률은 55대 45로 높았지만 투자 비중에 따라 장기적으로 손실을 볼 수도 있음을 보여주고 있다.

$$g'(f) = \frac{p}{(1+f)} - \frac{q}{(1-f)} = 0 \tag{식A2}$$

$$\frac{p}{(1+f)} - \frac{(1-p)}{(1-f)} = 2p - 1 - f = 0 \tag{식A3}$$

### 〈부록 2〉 모수추정기간의 변화

2010년 7월 1일부터 2012년 1월 5일을 첫 모수추정기간으로 하고, 2012년 1월 5일부터 2013년 7월 15일까지 최대의 수익률을 나타내는 모수를 찾아 2013년 7월 16일부터 적용하였다. 모수구분의 n은 모수추정기간, m은 보유기간이다.

추정기간 모형	6, 9,12개월						3, 6, 9,12,15,18개월					
	GOP		GOP_half		G_half(37)		GOP		GOP_half		G_half(37)	
모수구분	n	m	n	m	n	m	n	m	n	m	n	m
13-07-16	12	3	12	3	12	2	18	1	18	1	18	1
13-08-14	12	3	12	3	12	2	18	3	18	3	3	1
13-09-13	12	3	12	3	12	2	18	3	18	3	3	1
13-10-21	12	3	12	3	12	2	18	3	18	3	3	1
13-11-19	12	3	12	3	12	2	3	1	3	1	3	1
13-12-18	12	3	12	3	12	2	3	1	3	1	3	1
14-01-21	12	3	12	3	12	2	18	1	18	1	15	1
14-02-21	12	3	12	3	12	2	18	1	18	1	3	1
14-03-24	12	3	12	3	12	2	18	2	18	2	18	1
14-04-22	12	3	12	3	12	2	18	2	18	2	18	1
14-05-26	12	3	12	3	12	2	18	2	18	2	3	1
14-06-26	12	3	12	3	12	2	18	2	18	2	3	1
14-07-25	6	1	6	1	12	2	18	2	18	2	15	1
14-08-26	6	1	6	1	12	2	18	2	18	2	3	1
14-09-29	6	1	6	1	12	2	18	2	18	2	3	1
14-10-30	6	1	6	1	12	2	18	2	18	2	3	1
14-11-28	6	1	6	1	12	2	18	2	18	2	3	1
14-12-30	6	1	6	1	12	2	18	2	18	2	3	1
15-01-30	6	1	6	1	12	2	18	2	18	2	3	1
15-03-05	6	1	6	1	12	2	18	2	18	2	3	1
15-04-03	6	1	6	1	12	2	3	1	3	1	3	1
15-05-06	6	1	6	1	12	2	3	1	3	1	3	1
15-06-05	6	2	6	2	12	2	3	1	3	1	3	1
15-07-06	6	2	6	2	12	2	3	1	3	1	3	1
15-08-04	6	1	6	1	12	2	3	1	3	1	3	1
15-09-03	6	1	6	1	12	2	3	1	3	1	3	1
15-10-06	6	1	6	1	12	2	3	1	3	1	3	1
15-11-05	6	1	6	1	12	2	3	1	3	1	3	1
15-12-04	6	1	6	1	12	2	3	1	3	1	3	1

(계속)

추정기간 모형	6, 9,12개월						3, 6, 9,12,15,18개월					
	GOP		GOP_half		G_half(37)		GOP		GOP_half		G_half(37)	
모수구분	n	m	n	m	n	m	n	m	n	m	n	m
16-01-07	6	1	6	1	12	2	3	1	3	1	3	1
16-02-05	6	1	6	1	12	2	3	1	3	1	3	1
16-03-11	6	2	6	2	12	2	3	1	3	1	3	1
16-04-11	6	2	6	2	12	2	3	1	3	1	3	1
16-05-13	12	2	12	2	12	2	18	1	18	1	3	1
16-06-14	12	2	12	2	12	2	18	1	18	1	15	1
16-07-13	6	2	6	2	12	2	3	1	3	1	3	1
16-08-11	6	2	6	2	6	2	3	1	3	1	3	1
16-09-12	6	2	6	2	6	2	3	1	3	1	3	1
16-10-17	6	2	6	2	6	2	3	1	3	1	3	1
16-11-15	6	2	6	2	6	2	3	1	3	1	3	1
16-12-14	6	2	6	2	6	2	6	2	6	2	3	1
17-01-13	6	2	6	2	6	2	6	2	6	2	3	1
17-02-15	6	2	6	2	6	2	6	2	6	2	3	1
17-03-17	6	2	6	2	6	2	6	2	6	2	3	1
17-04-17	6	2	6	2	6	2	6	2	6	2	3	1
17-05-22	6	2	6	2	6	2	6	2	6	2	3	1
17-06-21	6	2	6	2	6	2	6	2	6	2	3	1
17-07-20	6	2	6	2	6	2	6	2	6	2	3	1
17-08-21	6	2	6	2	6	2	6	2	6	2	3	1
17-09-19	6	2	6	2	6	2	6	2	6	2	3	1
17-10-26	6	2	6	2	6	2	6	2	6	2	3	1
17-11-24	6	2	6	2	6	2	6	2	6	2	3	1
17-12-26	6	2	6	2	6	2	6	2	6	2	3	1
18-01-26	6	2	6	2	6	2	6	2	6	2	3	1
18-02-28	6	2	6	2	6	2	6	2	6	2	3	1
18-03-30	6	2	6	2	6	2	6	2	6	2	6	2
18-04-30	6	2	6	2	6	2	6	2	6	2	6	2
18-06-01	6	2	6	2	6	2	6	2	6	2	3	1
18-07-04	6	2	6	2	6	2	6	2	6	3	3	1
18-08-02	6	2	6	2	6	2	6	2	6	3	3	1
18-09-03	6	2	6	2	6	2	6	2	6	3	3	1
18-10-08	6	3	6	3	6	2	6	2	6	3	3	1
18-11-07	6	3	6	3	6	2	6	2	6	3	6	2
18-12-06	6	3	6	3	6	2	6	2	6	3	6	2
19-01-09	6	2	6	2	6	2	6	2	6	3	6	2
19-02-12	6	2	6	2	6	2	6	2	6	3	6	2
19-03-14	6	3	6	3	6	2	6	3	6	3	6	2

## Empirical Analysis of Growth Optimal Portfolio (GOP) Using South Korean KOSPI200 Sector Indices\*

Jeong Ho Lee\*\* · Yong Woong Lee\*\*\*

### Abstract

This study constructs growth optimal portfolios based on South Korean KOSPI200 sector indices and empirically analyzes their performances compared with the market index during the period July 2010 to March 2019. Sector weights for the growth optimal portfolios are estimated using the geometric mean maximization formula suggested by Markowitz. Main results of our empirical analysis are as follows. Firstly we find that the periods of 9 months for sector weights' estimation and 2 months for holding with those estimated weights are selected as optimal for the growth optimal portfolios which provide the highest return in excess of KOSI200 index. Secondly, we show that the excess returns of these growth optimal portfolios are significantly positive even after controlling for the Fama-French three factors and the market momentum effects through the in- and out-of-sample tests. Thirdly, we find that the excess return on the growth optimal portfolio increases as the ratio of short selling increases but decreases above a certain level of leverage ratio. This result supports that the Security Market Line does not increase linearly but tends downward after a certain level of leverage ratio.

Key Words: Growth Optimal Portfolio (GOP), Kelly Criterion, Momentum Effect, Short Selling, Fama-French 3-Factor Model

---

\* This work was supported by Hankuk University of Foreign Studies Research Fund.

\*\* Ph. D. Candidate, Dept. of International Finance, Graduate School, Hankuk University of Foreign Studies, Corresponding Author

\*\*\* Associated Professor, Dept. of International Finance, Graduate School, Hankuk University of Foreign Studies, First Author